

## ارائه یک مدل زمان‌بندی حرکت قطارها در مسیرهای دوخطه راه آهن ایران

### مقاله پژوهشی

امیر قیومی\*، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
علی پویانی، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: Amir.Ghayoumi@outlook.com

دریافت: ۹۹/۰۱/۱۷ - پذیرش: ۹۹/۰۷/۰۵

صفحه ۴۰-۲۹

### چکیده

زمان‌بندی حرکت قطارها یکی از مهم‌ترین مسائل برنامه‌ریزی در حمل‌ونقل ریلی است. با نگاهی به ادبیات موضوع مورد بررسی می‌توان دریافت که حجم زیادی از مطالعات به مدل‌سازی و حل این مسئله اختصاص یافته است. چارچوب کلی این مسئله در کشورهای مختلف به یک شکل است اما برخی از کشورها با اعمال قوانین خاص در سیستم ریلی خود شرایط ویژه‌ای را در زمان‌بندی سیستم ریلی برقرار می‌نمایند. در کشور ایران اقامه نماز در طول سفر یک قطار، جزء محدودیت‌های اجباری است که باید در نظر گرفته شود. با توجه به اهمیت اقامه نماز اول وقت در میان مسلمانان، اولویت‌دهی راه‌آهن ج.ا.ا به انجام به موقع این مهم از رویکردهای اصلی این سازمان در مسئله زمان‌بندی حرکت قطارها است. مقاله حاضر به ارائه یک مدل زمان‌بندی حرکت قطارها با تعیین ایستگاه مناسب برای اقامه نماز اول وقت می‌پردازد. این مدل با در نظر گرفتن فاصله زمانی مجاز بین اذان هر نوبت نماز تا توقف قطار به دنبال کاهش زمان‌های سفر قطارها است. مدل بر روی یکی از مسیرهای دوخطه راه‌آهن ایران پیاده‌سازی شده است و نتایج حاصل از آن نشان می‌دهد با کاهش فاصله زمانی مجاز بین اذان هر نوبت نماز تا توقف قطار، زمان سفر کل قطارها افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: حمل‌ونقل ریلی، زمان‌بندی حرکت قطارها، اقامه نماز، مسیرهای دو خطه

### ۱- مقدمه

خدمه و زمان‌بندی حرکت قطارها بخشی از این نوع برنامه‌ها هستند. زمان‌بندی حرکت قطارها یکی از اساسی‌ترین و مهم‌ترین مسائل مطرح در راه‌آهن هر کشوری است. تاکنون در حوزه زمان‌بندی حرکت قطارها مطالعات بسیاری صورت گرفته است. در بسیاری از این مطالعات، محققین سعی نموده‌اند تا با در نظر گرفتن محدودیت‌های مختلف مسئله زمان‌بندی حرکت قطارها، مدل‌سازی دقیق‌تر و کارآمدتری برای این مسئله انجام دهند. در برخی از کشورها، محدودیت‌های ویژه‌ای وجود دارد. در کشور ما اقامه فضیلت نماز یک محدودیت اجباری است که حتماً باید در زمان‌بندی حرکت قطارها در نظر گرفته شود. در ادامه و در بخش دوم، مروری بر ادبیات موضوع

اهمیت موضوع برنامه‌ریزی حمل‌ونقل بر کسی پوشیده نیست و شاید کمتر کشوری باشد که با مسئله حمل‌ونقل به عنوان یک چالش و مسئله مهم روبرو نباشد. در این میان حمل‌ونقل ریلی با داشتن ویژگی‌های خاص و ممتاز نسبت به سایر مدهای حمل‌ونقلی، همچون ایمنی، راحتی و پاک بودن مورد بذل توجه دولت‌ها و اقشار مختلف مردم قرار گرفته است اما از سوی دیگر حمل‌ونقل ریلی به دلیل داشتن شرایط و ویژگی‌های خاص زیرساختی و سخت‌افزاری، نیازمند برنامه‌ریزی دقیق است به گونه‌ای که در صورت نبود آن‌ها و یا نداشتن کارایی کافی، سیستم حمل‌ونقل ریلی با مشکل جدی مواجه می‌شود. برنامه‌ریزی گروه‌بندی واگن‌ها، برنامه‌ریزی تشکیل قطارها، برنامه‌ریزی تخصیص لکوموتیوها، برنامه‌ریزی

عدم اطمینان در داده‌های ورودی در ارتباط با زمان‌های کاری و بیکاری پیش‌بینی شده قطارها ۲. شناسایی امکان مجدد زمان‌بندی بعد از دریافت اطلاعات به روز شده، این مقاله به ارائه مدلی می‌پردازد که به صورت دوره‌ای، زمان‌بندی‌ها را برای یک دوره بلند زمانی بهینه می‌کند. این مدل بر روی بخشی از خطوط کشور چین مورد ارزیابی قرار گرفته است.

(Meng and Zhou, 2011)

نیو و منگ نیز یک مدل زمان‌بندی دو مرحله‌ای را ارائه کرده‌اند. مدل ریاضی ارائه شده بدین صورت است که در مرحله اول به دنبال کمینه کردن زمان‌های مکمل و در مرحله دوم به دنبال کمینه کردن تاخیرات روی داده حاصل از زمان‌بندی در مرحله اول است که این تاخیرات برابر با اختلاف زمان‌های ورود برنامه‌ای و سناریویی است. روش حل انتخابی مولفان این مقاله برای مدل ارائه شده نیز استفاده از الگوریتم ژنتیک بوده است. این مدل بر روی بخشی از خطوط کشور چین مورد ارزیابی قرار گرفته است. (New and Meng, 2014)

یانگ و همکاران یک مدل بهینه‌سازی جامع پروفیل سرعت و زمان‌بندی حرکت متروها ارائه کردند. هدف این مدل کمینه‌سازی مصرف انرژی است. محققین در این مقاله ابتدا یک مدل دو مرحله‌ای تصادفی برای تعیین جدول زمان‌بندی حرکت متروها و پروفیل سرعت ارائه می‌کنند سپس به ارائه یک روش حل با استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌پردازند. مورد مطالعاتی مورد استفاده در این مقاله خط ایژوانگ شهر بیجینگ چین بوده است که نتایج حاصل از پیاده‌سازی مدل نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن سه مقطع زمانی ساعات شلوغ، ساعات غیر شلوغ و ساعات شب، مصرف کل انرژی در مقایسه با جدول زمان‌بندی فعلی به ترتیب ۱۰،۶۶، ۹،۹۴ و ۹،۱۳ درصد و پروفیل سرعت به ترتیب ۳،۳۵، ۳،۱۲ و ۳،۰۴ درصد در مقایسه با مدل قطعی کاهش یافته‌اند. (Yang et al., 2016)

یانگ و همکاران یک مدل دو هدفه به منظور بهینه‌سازی جدول زمان‌بندی سیستم حمل‌ونقل مترو با یک عملیات دوره‌ای ارائه کردند. هدف این مدل کمینه‌سازی مصرف خالص انرژی و کل زمان‌های سفر با در نظر گرفتن زمان‌های توقف تصادفی است. محققین در این مقاله ابتدا به ارائه مدل می‌پردازند سپس از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل استفاده می‌کنند. مورد مطالعاتی این مقاله خط ایژوانگ شهر بیجینگ

زمان‌بندی حرکت قطارها انجام شده است. در بخش سوم مدل برنامه‌ریزی ارائه شده در این مقاله به تفصیل شرح داده شده است. در بخش چهارم با استفاده از یک مورد مطالعاتی در خطوط راه‌آهن ایران، مدل یاد شده مورد ارزیابی قرار گرفته است. در بخش پنجم نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارائه شده است.

## ۲- پیشینه تحقیق

با توجه به اهمیت موضوع زمان‌بندی حرکت قطارها، مطالعات زیادی در این زمینه صورت گرفته است، هر یک از پژوهشگران تلاش نمودند تا با در نظر گرفتن شرایط ویژه کشور خود مدل‌هایی را برای این مسئله ارائه کنند. کاپرارا و همکاران مسئله زمان‌بندی قطارها در یک مسیر دوخطه تک‌جهته در ایتالیا را مورد بررسی قرار داده‌اند. (Caprara et al, 2006)

کاجیانی و همکاران، الگوریتم‌های ابتکاری و دقیق برای مسئله زمان‌بندی حرکت قطارها در حالات دوره‌ای و غیر دوره‌ای ارائه کرده‌اند. در این پژوهش، مطالعه موردی مربوط به برخی از خطوط راه‌آهن ایتالیا مورد بررسی قرار گرفته است. (Cacchiani, 2008)

خان و ژو مقاله‌ای را با موضوع مدل بهینه‌سازی تصادفی به همراه الگوریتم حل برای مسئله استوار زمان‌بندی حرکت قطار در مسیرهای دو خطه ارائه کرده‌اند. مدل یاد شده یک مدل تصادفی دو مرحله‌ای است. ابتدا در مرحله اول جدول زمان‌بندی  $x$  با معیار حداقل کردن زمان‌های سفر بدست می‌آید سپس در مرحله دوم با تعیین زمان‌های سیر بلاک تحت سناریوهای متفاوت، زمان‌های سناریویی رسیدن به مقصد مشخص می‌شود. در واقع مدل در این مرحله، زمان‌های سناریویی رسیدن به مقصد را طوری تعیین می‌کند که فاصله بین این زمان‌ها و زمان‌های برنامه‌ریزی شده به حداقل برسد و در نتیجه میزان تاخیرات برنامه‌ای به حداقل برسد. این مقاله برای حل مدل نیز یک راه‌حل ابتکاری ارائه می‌دهد و بر روی بخشی از خطوط کشور چین مورد ارزیابی قرار گرفته است.

(Khan and Zhou, 2010)

در سال ۲۰۱۱ منگ و ژو یک مدل برای زمان‌بندی حرکت قطارها تحت شرایط پویا و تصادفی ارائه کرده‌اند. این مقاله سناریوهای مختلف تصادفی را تحت رویکرد برنامه‌ریزی غلطان برای رسیدن به دو هدف معرفی می‌کند. ۱. شناسایی

نوآوری اصلی مدل، ارائه دسته محدودیت‌هایی برای بررسی و ارزیابی ظرفیت خطوط پهلوگیری در ایستگاه‌ها و نیز توقف برای ادای فریضه نماز در ایستگاه‌ها است. (Saffarzadeh et al, 2013)

نائبی و همکاران مسئله زمان‌بندی حرکت قطارها در مسیرهای دو خطه ریلی را با هدف کمینه‌سازی زمان بیکاری بلاک‌ها و بهره‌برداری بهینه از خطوط ریلی مورد بررسی قرار داده‌اند. متغیرهای تصمیم مسئله شامل توالی اعزام قطارها از ایستگاه مبدا، سرفاصله زمانی بین اعزام قطارهای متوالی، تخصیص قطارها به خطوط ایستگاه‌ها و تعیین برنامه توقف قطارها برای اقامه نماز است. عملکرد این مدل بر روی تعدادی نمونه مسئله تصادفی با ابعاد کوچک، متوسط، بزرگ و هم‌چنین برای مسیرهای دوخطه تهران-گرمسار و تهران-محمدیه به عنوان مطالعه موردی، بررسی شده است. (Nayebi et al, 2013)

### ۳- مدل ریاضی مسئله

یکی از محدودیت‌های مهم و اجباری در شبکه راه‌آهن ایران، اقامه نماز است. بر این اساس و با توجه به اهمیت اقامه نماز اول وقت، استفاده از رویکردی در مدل‌سازی که بتواند این محدودیت را در نظر بگیرد، ضروری به نظر می‌رسد. به طور کلی نوآوری‌های مدل حاضر نسبت به سایر مدل‌های ارائه شده که در بخش قبل نیز مرور گردیده است به شرح زیر است.

- استفاده از محدودیت‌ها و متغیرهای کمتر نسبت به مدل‌های ارائه شده در ادبیات موضوع جهت در نظر گرفتن محدودیت اجباری اقامه نماز
- در نظر گرفتن اقامه نماز اول وقت به گونه‌ای که نماز در کم‌ترین زمان بعد از اذان هر نوبت در یکی از ایستگاه‌های نمازخانه‌دار اقامه گردد.
- پیاده‌سازی مدل بر روی مهم‌ترین محور دو خطه شبکه ریلی ایران (خط تهران-مشهد) و تحلیل نتایج حاصل از آن. در ادامه متغیرها و پارامترهای به کار رفته در مدل تشریح شده‌اند.

$I$ : مجموعه قطارها،  $|I| = n$

$J$ : مجموعه بلاک‌ها،  $|J| = m$

چین است که نتایج حاصل از پیاده‌سازی مدل نشان می‌دهد که حداکثر تا ۳،۱۲ درصد در زمان‌های سفر و ۱۱،۲۶ درصد در مصرف کل انرژی می‌توان کاهش داشت. (Yang et al, 2016)

حسن‌نائبی و همکاران در مقاله‌ای به مطالعه زمان‌بندی حرکت قطارها در خطوط پر سرعت شهری با رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی استوار پرداخته‌اند. این تحقیق به ارائه مدل‌های چند هدفه با رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی استوار برای زمان‌بندی حرکت قطارها می‌پردازد. هدف این مدل‌ها کمینه‌سازی ارزش انتظاری زمان انتظار مسافری و واریانس این زمان‌ها به همراه کمینه‌سازی تابع هزینه‌هایی همچون بارگیری بیش از حد مسافری است. محققین اثربخشی این مدل را با به‌کارگیری آن بر روی خط ۵ مترو شهر تهران آزموده‌اند که نتایج حاصل از آن نشان می‌دهد که ارزش انتظاری زمان انتظار مسافری تا ۲۱،۲۷ درصد و واریانس این زمان‌ها تا ۵۹،۹۸ درصد کاهش یافته‌اند. (Hassannayebi et al, 2017)

همان‌گونه که پیش از این گفته شد تعداد مقالاتی که در زمینه زمان‌بندی حرکت قطارها مورد بررسی قرار گرفته است بسیار متنوع است، اما تعداد مقالاتی که در زمینه موضوع زمان‌بندی حرکت قطار با در نظر گرفتن محدودیت نماز انتشار یافته‌اند بسیار کمتر است که در این بخش به مرور آن‌ها خواهیم پرداخت. خادم ثامنی یک مدل ریاضی برای زمان‌بندی حرکت قطارها در خطوط دوخطه ارائه کرده است. در این مدل، محدودیت اقامه نماز در نظر گرفته شده است. (Khadem Sameni, 2007)

یقینی و محمدزاده مدلی با هدف کمینه کردن مجموع تأخیرات قطارها با در نظر گرفتن زمان‌های توقف اجباری برای ادای فریضه نماز ارائه کرده‌اند. در این پژوهش، چند مسئله آزمایشی برای ارزیابی مدل بررسی شده‌اند. (Yaghini and Mohammadzadeh, 2011)

نائبی برای مسئله زمان‌بندی حرکت قطارها در مسیرهای دوخطه با هدف کمینه کردن طول افق زمان‌بندی، یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی ارائه کرده است. در این تحقیق یک مدل برنامه‌ریزی عددصحیح برای تعیین توالی اعزام و برنامه توقف قطارها در بازه‌های افق شرعی ارائه شده است. (Nayebi, 2011)

صفازاده و همکاران یک مدل زمان‌بندی حرکت قطارها در مسیرهای تک خطه و با توجه به محدودیت نماز ارائه نموده‌اند.

- $Z$ : مجموعهٔ بلاک‌هایی که ایستگاه آغازین آن‌ها نمازخانه دارد.
- $N$ : مجموعهٔ نوبت‌ها در طول شبانه روز برای اقامه نماز
- $i$ : اندیس قطار
- $j$ : اندیس بلاک
- $n$ : اندیس نوبت زمان نماز
- $d_{ij}$ : مدت زمان توقف برنامه‌ای قطار  $i$  در ایستگاه آغازین بلاک  $j$
- $h_j$ : فاصلهٔ زمانی ایمنی بین اتمام و اعزام دو قطار متوالی از بلاک  $j$
- $r_i$ : زودترین زمان ممکن اعزام قطار  $i$  از ایستگاه مبدا
- $r'_i$ : دیرترین زمان ممکن اعزام قطار  $i$  از ایستگاه مبدا
- $f_{ij}$ : مدت زمان سیر قطار  $i$  در بلاک  $j$
- $TP_i$ : جریمه برای کل زمان سفر قطار  $i$
- $l_{jn}$ : زودترین زمان مجاز برای اقامه (هنگام اذان) نماز نوبت  $n$ م در ایستگاه آغازین بلاک  $j$
- $l_{en}$ : زودترین زمان مجاز (هنگام اذان) برای اقامه نماز نوبت  $n$ م در ایستگاه پایانی
- $PT_n$ : مدت زمان توقف در ایستگاه‌های بین راهی برای اقامه نماز نوبت  $n$ م
- $PO_n$ : مدت زمان بعد از شروع وقت شرعی (هنگام اذان) نماز نوبت  $n$ م که مسافران امکان اقامه نماز در ایستگاه مبدأ دارند.
- $b_{ij}$ : زمان اعزام قطار  $i$  به بلاک  $j$
- $e_{ij}$ : زمان اتمام سفر توسط قطار  $i$  در بلاک  $j$
- متغیر باینری است که مقدار ۱ می‌گیرد اگر قطار  $i$  زودتر از قطار  $k$  وارد بلاک  $j$  شود در غیر این صورت این متغیر مقدار صفر می‌گیرد.
- متغیر باینری است که مقدار ۱ می‌گیرد اگر قطار  $i$  در داشته باشد در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.
- متغیر باینری است که مقدار ۱ می‌گیرد اگر اقامه نماز در  $n$ ام قبل از شروع سفر قطار  $i$  امکان پذیر باشد در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.
- متغیر باینری است که مقدار ۱ می‌گیرد اگر اقامه نماز در  $n$ ام بعد از پایان سفر قطار  $i$  امکان پذیر باشد در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.
- حداکثر مدت زمان مجاز بعد از آغاز وقت شرعی (هنگام اذان) جهت توقف برای اقامه نماز  $D$
- در ادامه تابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی تشریح شده‌اند.

$$\text{Min } C_1 = \sum_{i=1}^n TP_i(e_{im} - r_i). \quad (1)$$

Subject to:

$$r_i \leq b_{i1} \leq r'_i \quad \forall i \in I. \quad (2)$$

$$e_{ij} = b_{ij} + f_{ij} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (3)$$

$$b_{ij} \geq e_{ij-1} + d_{ij} + PT_n \times P_{ijn} \quad (4)$$

$\forall i \in I, j \in J, n \in N,$

$$e_{ij} + h_j \leq b_{kj} + M \times (1 - B_{ikj}) \quad (5)$$

$\forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$

$$e_{kj} + h_j \leq b_{ij} + M \times B_{ikj} \quad (6)$$

$\forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$

$$b_{ij} \leq e_{k,j-1} + M \times (1 - B_{ikj}) \quad (7)$$

$\forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$

بنابراین امکان وجود دو قطار در یک ایستگاه برای قطارها وجود ندارد؛ از این رو رابطه (۷) بیان می‌کند که در صورتی که قطار  $i$  باید زودتر از قطار  $k$  وارد بلاک  $j$  شود آن‌گاه زمان شروع حرکت قطار  $i$  از ایستگاه آغازین بلاک  $j$  باید کوچک‌تر یا مساوی با زمان اتمام بلاک  $j-I$  توسط قطار  $k$  باشد. رابطه (۸) عکس این موضوع را بیان می‌کند. رابطه (۹) بیان می‌کند که در صورت اقامه نماز نوبت  $n$  ام در ایستگاه آغازین بلاک  $j$  حتماً می‌بایست زمان اتمام بلاک  $j-I$  توسط قطار  $i$  از زودترین زمان مجاز برای اقامه نماز نوبت  $n$  ام در ایستگاه آغازین بلاک  $j$  بزرگ‌تر باشد. رابطه (۱۰) بیان می‌کند که در صورت اقامه نماز در ایستگاه آغازین بلاک  $j$  زمان اتمام بلاک  $j-I$  توسط قطار  $i$  باید کم‌تر از مدت زمان  $D$  پس از زودترین زمان مجاز (هنگام اذان) برای اقامه نماز نوبت  $n$  ام باشد؛ در حقیقت دو محدودیت (۹) و (۱۰) تضمین می‌کنند که نماز در وقت شرعی و تا حد امکان اول وقت اقامه گردد. رابطه (۱۱) شرح می‌دهد که در صورتی نماز می‌تواند قبل از شروع سفر قطار  $i$  اقامه گردد که وقت شرعی نماز نوبت  $n$  ام آغاز شده باشد و همچنین مدت زمان کافی به میزان  $PO_n$  برای اقامه نماز نوبت  $n$  ام پیش از حرکت قطار وجود داشته باشد. رابطه (۱۲) بیان می‌کند که در صورتی نماز می‌تواند بعد از اتمام سفر قطار  $i$  اقامه گردد که پس از رسیدن به ایستگاه آخر هم‌چنان امکان اقامه نماز اول وقت نوبت  $n$  ام وجود داشته باشد که این میزان بستگی به مقدار  $D$  دارد. رابطه (۱۳) بیان‌گر این است که هر نوبت نماز  $n$  در طول دوره برنامه‌ریزی باید حتماً و تنها در یکی از زمان‌های قبل از شروع حرکت سفر قطار، بعد از سفر قطار و یا در طول سفر و در یکی از ایستگاه‌ها اقامه شود. شایان ذکر است از آن‌جا که مدل از نوع مینی‌م‌سازی و به دنبال کاهش مدت زمان سفر است، بنابراین مدل به سمتی حرکت خواهد کرد که تا حد ممکن اقامه نماز یا قبل از سفر و یا بعد از سفر صورت گیرد که منجر به افزایش زمان سفر نشود اما در صورتی که مجبور به اقامه نماز در طول سفر باشد، بنابراین مدل بهترین ایستگاه برای اقامه نماز را تعیین خواهد کرد.

$$b_{kj} \leq e_{i,j-1} + M \times B_{ikj} \quad (8)$$

$$\forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

$$e_{ij-1} \geq l_{jn} \times P_{ijn} \quad (9)$$

$$\forall i \in I, j \in Z, n \in N.$$

$$e_{ij-1} \leq (1 - P_{ijn}) \times M + l_{jn} + D \quad (10)$$

$$\forall i \in I, j \in Z, n \in N.$$

$$b_{i1} \geq (l_{1n} + PO_n) - (1 - BT_{in}) \times M \quad (11)$$

$$\forall i \in I, n \in N.$$

$$e_{im} \leq (l_{en} + D) + (1 - AT_{in}) \times M \quad (12)$$

$$\forall i \in I, n \in N.$$

$$BT_{in} + \sum_{j=1}^m P_{ijn} + AT_{in} = 1 \quad (13)$$

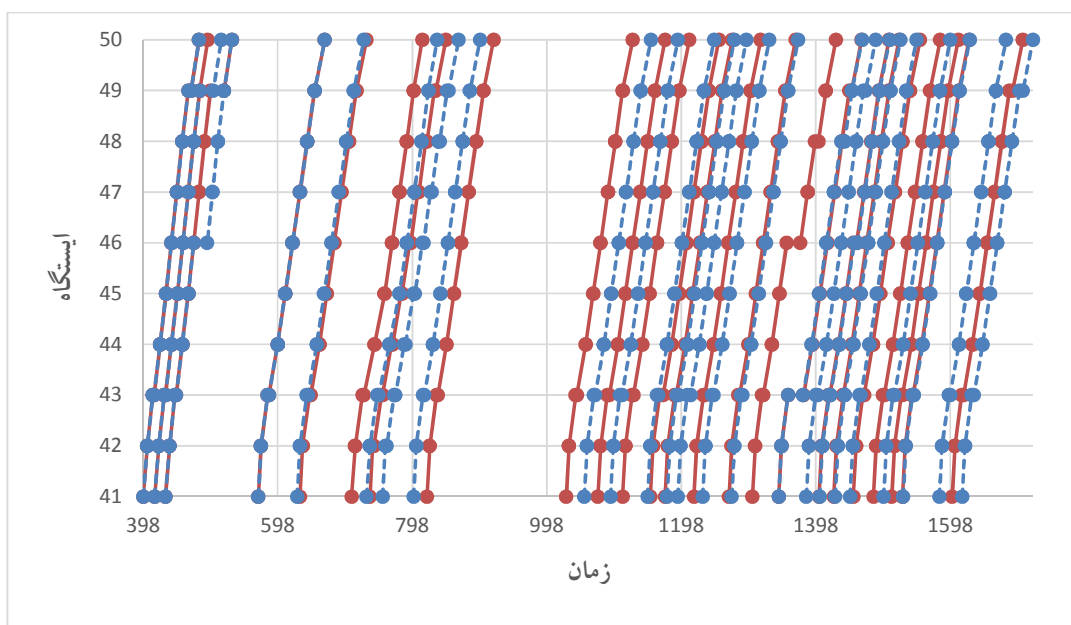
$$\forall i \in I, n \in N.$$

رابطه (۱) تابع هدف مدل را نشان می‌دهد که مجموع زمان سیر سفر قطارها را با توجه به ضریب جریمه زمان سفر هر قطار مینی‌م‌م می‌کند. بدیهی است به دلیل آن‌که مدل از جنس مینی‌م‌سازی است، هر قطاری که دارای ضریب جریمه بالاتری باشد، مدل به سمتی حرکت می‌کند که آن قطار مدت زمان سفر کم‌تری را داشته باشد. رابطه (۲) بیان می‌کند که زمان اعزام قطار  $i$  از بلاک مبدا باید مابین کم‌ترین و بیش‌ترین زمان مجاز برای شروع حرکت از ایستگاه مبدا باشد. رابطه (۳) بیان می‌کند که مجموع زمان شروع حرکت هر قطار  $i$  از بلاک  $j$  و زمان سیر قطار  $i$  در بلاک  $j$  باید با زمان اتمام بلاک  $j$  توسط قطار  $i$  برابر باشد. رابطه (۴) بیان می‌کند که مجموع زمان اتمام بلاک  $j-I$  توسط قطار  $i$ ، زمان توقف قطار  $i$  در ایستگاه آغازین بلاک  $j$  و هم‌چنین مدت زمان در نظر گرفته شده برای نماز در صورت اقامه نماز در ایستگاه آغازین بلاک  $j$ ، نباید بزرگ‌تر از زمان شروع حرکت قطار  $i$  از بلاک  $j$  باشد. روابط (۵) و (۶) بیان می‌کنند که با توجه به قوانین موجود در راه‌آهن ایران در هر بلاک تنها یک قطار می‌تواند حضور داشته باشد بنابراین اگر قطار  $i$  زودتر از قطار  $k$  به بلاک  $j$  وارد شود، قطار  $k$  لزوماً باید به اندازه  $h_j$  پس از اینکه قطار  $i$  مسیر بلاک  $j$  را طی کرد وارد بلاک  $j$  شود. عکس این موضوع نیز صادق است. با توجه به اینکه در مدل حاضر ظرفیت خطوط در نظر گرفته نشده است،

#### ۴- حل مدل (مطالعه موردی: مسیر ریلی تهران - مشهد)

در راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران مسیر تهران-مشهد به عنوان یکی از پر ترددترین و مهم‌ترین مسیرهای کشور شناخته می‌شود. تهران به عنوان پایتخت ایران و اصلی‌ترین هاب راه‌آهن کشور و مشهد به دلیل داشتن جنبه گردشگری و مذهبی برجسته، مسیر تهران-مشهد را به مهم‌ترین مسیر راه‌آهنی کشور بدل کرده‌اند. این مسیر سالانه پذیرای خیل عظیمی از مسافری است که قصد عزیمت به این دو شهر را دارند. از این رو و با توجه به مدل مورد نظر که یک مدل مطابق با مسیرهای دوخطه است و اهمیت مسیر یاد شده، این مسیر به عنوان مورد مطالعاتی برای پیاده‌سازی مدل یاد شده انتخاب گشته است. برای حل این مدل ابتدا اطلاعات مورد نیاز مربوط به مسیر تهران-مشهد جمع‌آوری گردیده است. در این مسیر روزانه به طور تقریبی حدود ۲۴ قطار از تهران با عبور از ۵۰ ایستگاه به سمت مشهد حرکت می‌کنند. از بین این ۲۴ قطار، ۴ قطار ترن‌ست با حداکثر سرعت مجاز ۱۶۰ کیلومتر در ساعت و سایر قطارها نیز از یک نوع و با حداکثر سرعت ۱۲۰ کیلومتر در ساعت موجود می‌باشند. دوره برنامه‌ریزی ۲۴ ساعته

در نظر گرفته شده است؛ در نتیجه تعداد ۳ وعده نماز وجود دارد که می‌بایست برای آن‌ها برنامه‌ریزی انجام شود.  $PT_n$  مدت زمان توقف در ایستگاه‌های بین راهی برای اقامه نماز طبق اطلاعات دریافتی از راه‌آهن جمهوری اسلامی ۲۰ دقیقه می‌باشد.  $PO_n$  مدت زمان بعد از شروع وقت شرعی نماز نوبت  $n$  ام که مسافران امکان اقامه نماز در ایستگاه مبدأ دارند، با توجه به سیاست‌های راه‌آهن ۶۰ دقیقه در نظر گرفته شده است؛ این بدین معناست که اگر فاصله حرکت قطار در ایستگاه مبدأ با زمان اذان کمتر از ۶۰ دقیقه باشد، قطار حتماً باید در طول مسیر برای اقامه نماز توقف کند، در غیر این صورت نیازی به توقف نیست.  $D$ ، حداکثر مدت زمان فاصله بین اذان تا اقامه نماز است. هر چه این پارامتر پایین‌تر باشد فاصله اقامه نماز تا اذان کمتر خواهد بود. در پیاده‌سازی مدل این پارامتر بسیار تأثیرگذار است به طوری که با تغییر آن تابع هدف نیز تغییرات عمده‌ای را خواهد داشت. شکل ۱ به مقایسه گراف حاصل از پیاده‌سازی مدل برای ۱۰ ایستگاه پایانی و در حالتی که پارامتر  $D$  برابر با ۲۰ و ۴۰ دقیقه در نظر گرفته شده است، پرداخته است.



شکل ۱. مقایسه دو گراف حاصل از پیاده‌سازی مدل با مقدار  $D$  متفاوت

۱۲	زرین	*
۱۳	دامغان	*
۱۴	گرداب	*
۱۵	سمنان	*
۱۶	باتری	*
۱۶	نیشابور	*
۱۷	گرمسار	*
۱۷	عطار	*
۱۸	ابردژ	*
۱۸	سبزوار	*
۱۹	ورامین	*
۱۹	بیهق	*
۲۰	ری	*
۲۰	اسفراین	*
۲۱	سرخده	*
۲۲	دامغان	*
۲۳	شاهرود	*
۲۴	کلاتخوان	*

جدول ۲ نیز مجموع مدت زمان سفر قطارها را در حالت‌های مختلف نمایش می‌دهد و آن را با مجموع زمان‌های سفر در راه‌آهن ایران مقایسه می‌کند. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد کل مدت زمان سفر برنامه‌ای در راه‌آهن ایران برابر با ۱۳۶۶۹ دقیقه است که تقریباً معادل با حالتی است که پارامتر  $D$  بین ۳۰ تا ۴۰ دقیقه باشد. این موضوع نشان می‌دهد که در زمان‌بندی راه‌آهن به طور متوسط حداکثر پس از ۴۰ دقیقه، نمازهای یومیه اقامه می‌شود. همچنین مشخص است که اگر این پارامتر را برابر با ۲۰ دقیقه در نظر بگیریم زمان سفر به

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود این گراف وضعیت زمان‌بندی حرکت قطارها در ۱۰ ایستگاه پایانی منتهی به ایستگاه مشهد را نمایش می‌دهد. خطوط آبی نقطه‌چین، حالتی است که پارامتر  $D$  برابر با ۲۰ دقیقه و خطوط قرمز رنگ حالتی است که این پارامتر برابر با ۴۰ دقیقه است. یا توجه به گراف قطارها مشخص است که خطوط آبی رنگ نقطه‌چین در مجموع مدت زمان سفر بیشتری را دارند و همچنین تعداد توقف‌ها برای اقامه نماز در حالت اول بیشتر از حالت دوم است؛ این موضوع به دلیل آن است که در حالت اول فاصله بین اذان تا اقامه نماز نباید از ۲۰ دقیقه تجاوز کند.

جدول ۱، ایستگاه‌هایی را که قطار می‌بایست برای اقامه نماز توقف نماید نشان می‌دهد، لازم به ذکر است نتایج این جدول با پارامتر  $D$  برابر با ۲۰ حاصل شده است. همان‌گونه که مشخص است از قطار شماره ۲ به بعد، قطارها ملزم به توقف هستند و قطارهای ۱۶ تا ۲۰ باید در ۲ ایستگاه برای دو نوبت نماز توقف نمایند.

جدول ۱. ایستگاه‌ها جهت توقف قطارها برای اقامه نماز

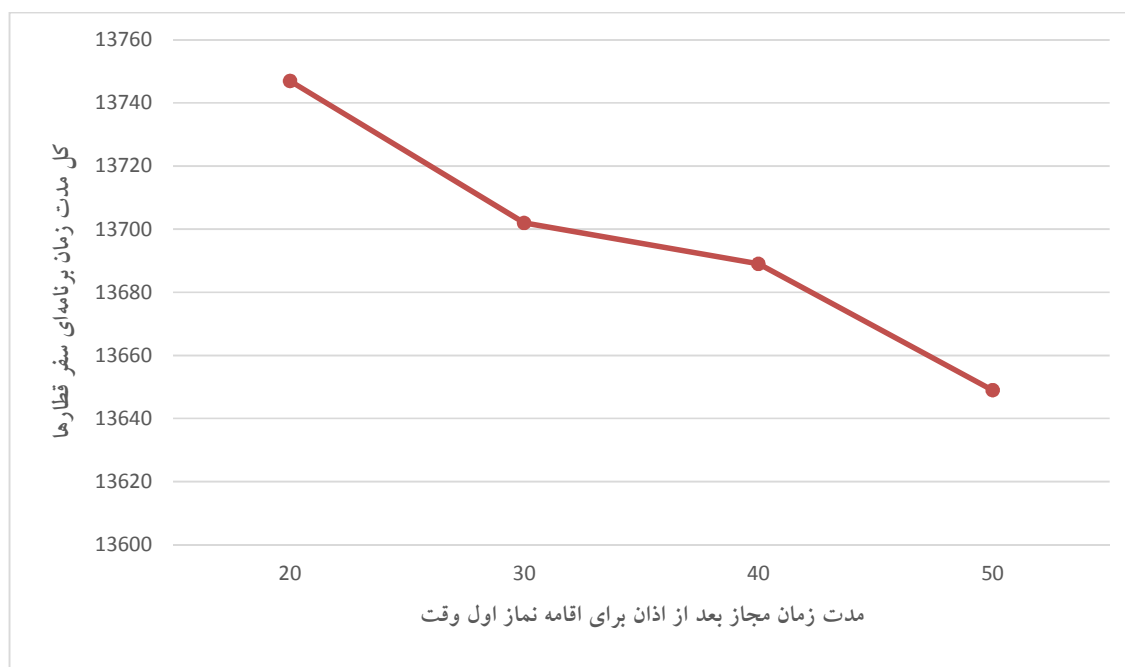
قطار	ایستگاه	مغرب و عشا	ظهر و عصر	صبح
۲	سلام	*	*	*
۳	ابومسلم	*	*	*
۴	نغ اب	*	*	*
۵	جاجرم	*	*	*
۶	شاهرود	*	*	*
۷	دامغان	*	*	*
۸	گرداب	*	*	*
۹	جاجرم	*	*	*
۱۰	گیلان	*	*	*
۱۱	شاهرود	*	*	*

موضوع باعث کاهش چشمگیر زمان حل شده است؛ جدول ۳ مدل مذکور را با دو مدل مشابه ارائه شده در ادبیات موضوع، مورد مقایسه قرار می‌دهد. جدول ۳ نشان می‌دهد که متغیرهای صفر و یک تعریف شده و همچنین تعداد محدودیت‌های تولید شده برای در نظر گرفتن اقامه نماز تا حد زیادی در مدل حاضر کمتر است که این موضوع منجر به کاهش زمان حل مدل شده است. جدول ۴ مدت زمان حل مدل را در حالت‌های مختلف نمایش می‌دهد.

۱۳۷۴۷ دقیقه افزایش می‌یابد، یعنی این محدودیت باعث می‌شود که زمان سفر قطارها در مجموع ۷۸ دقیقه افزایش یابد و اگر پارامتر  $D$  را برابر با ۵۰ دقیقه در نظر بگیریم، نسبت به زمان‌بندی راه‌آهن، ۲۰ دقیقه مجموع زمان سفر کاهش می‌یابد. شکل ۲ روند کاهش مجموع زمان سفر با افزایش پارامتر  $D$  را نمایش می‌دهد. مسئله‌ی بعدی در ارتباط با کارایی مدل ارائه شده است؛ همان‌گونه که پیش‌تر بیان شد، مدل حاضر نسبت به مدل‌های موجود، از محدودیت‌ها و متغیرهای کمتری برای در نظر گرفتن محدودیت نماز اجباری استفاده کرده است که این

جدول ۲. مقایسه زمان سفر قطارها به ازای مدت زمان‌های مجاز متفاوت جهت توقف قطارها پس از وقت شرعی هر نوبت نماز

مدت زمان سفر قطارها در زمان‌بندی راه‌آهن	کل مدت زمان سفر قطارها	مدت زمان مجاز برای اقامه نماز پس از وقت شرعی هر نوبت نماز
۱۳۶۶۹	۱۳۷۴۷	۲۰
	۱۳۷۰۲	۳۰
	۱۳۶۸۹	۴۰
	۱۳۶۴۹	۵۰



شکل ۲. نمودار مقایسه زمان سفر قطارها بر حسب مدت زمان مجاز جهت توقف قطارها پس از وقت شرعی هر نوبت نماز



جدول ۳. مقایسه تعداد متغیرها و محدودیت های مرتبط با نماز در مدل پیشنهادی و مدل های مشابه در ادبیات موضوع

مدل	تعداد قطارها	تعداد ایستگاهها	تعداد وعده های نماز	تعداد متغیرهای صفر و یک	تعداد محدودیت های مرتبط با محدودیت نماز
یقینی، محمد زاده (۱۳۹۰)	۲۰	۵۰	۳	۱۴۶۹۴	۳۲۸۳۲
نائبی و همکاران (۱۳۹۱)	۲۰	۵۰	۳	۳۸۱۶	۱۷۸۱۴
مدل حاضر	۲۴	۵۰	۳	۳۷۴۴	۷۲۷۲

جدول ۴. مدت زمان حل مدل به ازای مدت زمان های مجاز متفاوت جهت توقف قطارها پس از وقت شرعی هر نوبت نماز

تعداد قطارها	تعداد ایستگاهها	تعداد وعده های نماز	زمان مجاز تا اقامه نماز	زمان حل با Cplex
۲۴	۵۰	۳	۲۰	۶۰ ثانیه
۲۴	۵۰	۳	۳۰	۷ ثانیه
۲۴	۵۰	۳	۴۰	۵ ثانیه
۲۴	۵۰	۳	۶۰	۳ ثانیه

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل زمان بندی حرکت قطارها با رویکرد اقامه نماز اول وقت ارائه شد. با توجه به اهمیت فریضه نماز در میان مسلمانان و رویکرد راه آهن ج.ا.ا در اقامه به موقع آن، اهمیت مدل ارائه شده بیش از پیش مشخص می شود. از آنجا که محدودیت نماز اجباری بیش تر در راه آهن ایران در نظر گرفته می شود، بنابراین حجم مقالات و مطالعاتی که روی این موضوع تمرکز نموده اند، نسبتاً کم است. در مدل ارائه شده، تابع هدف کمینه سازی زمان های سفر کل قطارها بود. در نظر گرفتن محدودیت نماز با تعداد محدودیت ها و متغیرهای کم تر، تعیین زمان های توقف قطارها به طوری که کم ترین فاصله با آغاز حد شرعی (اذان) هر نوبت نماز ایجاد شود و پیاده سازی مدل بر روی مسیر تهران- مشهد، از مهم ترین نوآوری های مدل حاضر نسبت به سایر مدل های ارائه شده در ادبیات موضوع بود. ساختار مدل حاضر بدین صورت در نظر گرفته شده بود که هر نوبت نماز  $n$  در طول دوره برنامه ریزی باید حتماً و تنها در یکی از زمان های قبل از شروع حرکت سفر قطار، بعد از سفر قطار و یا در طول سفر و در یکی از ایستگاهها

اقامه شود. بنابراین از آنجا که مدل از نوع کمینه سازی است و به دنبال کاهش مدت زمان سفر است، مدل به سمتی حرکت خواهد کرد که تا حد امکان اقامه نماز یا قبل از سفر و یا بعد از سفر صورت گیرد که منجر به افزایش زمان سفر نشود اما در صورتی که مجبور به اقامه نماز در طول سفر باشد، بهترین ایستگاه برای اقامه نماز را تعیین خواهد کرد. نتایج پیاده سازی مدل نشان داد که هر چه فاصله مجاز بین اذان هر نوبت تا اقامه نماز کمتر در نظر گرفته شود، زمان سفر قطارها بیشتر می شود و این بدان دلیل است که قطارها مجبور هستند در طول سفر توقف داشته باشند. بررسی نتایج با توجه به زمان بندی راه آهن ایران نشان داد که کل مدت زمان سفر برنامه ای در راه آهن ایران برابر با ۱۳۶۶۹ دقیقه است که این میزان تقریباً معادل با حالتی است که پارامتر  $D$  (فاصله مجاز بین اذان تا اقامه نماز) بین ۳۰ تا ۴۰ دقیقه باشد. این موضوع نشان می دهد در زمان بندی راه آهن به طور متوسط حداکثر تا قبل از ۴۰ دقیقه نمازهای یومیه اقامه می شود. هم چنین مشخص شد اگر این پارامتر را برابر با ۲۰ دقیقه در نظر بگیریم زمان سفر به ۱۳۷۴۷ دقیقه

- صفارزاده، م. یقینی، م. تمنایی م (۱۳۹۲) "ارایه مدل برنامه ریزی زمانبندی حرکت قطارها با در نظر گرفتن محدودیت‌های ویژه مسیرهای تک خطه در شبکه ریلی ایران" فصلنامه مهندسی حمل و نقل، سال چهارم، شماره دوم، ص. ۱۶۶-۱۵۱.  
- حسن نایی، ع.، (۱۳۹۲)، "زمانبندی حرکت قطارها با هدف بهره برداری بهینه از مسیرهای ریلی دوخطه." فصلنامه مهندسی حمل و نقل، سال ششم، شماره دوم، ص. ۲۶۰-۲۳۷.

-Cacchiani, V, Caprara, A. and Toth, P. (2008)

"Acolumn generation approach to train timetabling on a corridor," OR, Vol. 6, No. 2, pp. 125-142.

-Caprara, A., Monaci, M., Toth, P. and Guide, P. L. (2006), "A Lagrangian heuristic algorithm for a real-world train timetabling problem," Discrete Appl. Math., Vol. 154, No. 5, pp. 738-753.

-Khan, M.B. and Zhou, X., (2010), Stochastic optimization model and solution algorithm for robust double-track train-timetabling problem. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 11(1), pp.81-89.

-Meng, L. and Zhou, X., (2011), "Robust single-track train dispatching model under a dynamic and stochastic environment: a scenario-based rolling horizon solution approach", Transportation Research Part B: Methodological, 45(7), pp.1080-1102.

-Niu, Y.T. and Meng, L.Y., (2014), "Optimizing Slack Time Allocation in Train Timetable: A Two-Stage Stochastic Recourse Model. In Proceedings of the 2013 International Conference on Electrical and Information Technologies for Rail Transportation (EITRT2013)-Volume, Springer, Berlin, Heidelberg. I., pp. 245-252.

-Gao, Y., Yang, L. and Li, S., (2016), "Uncertain models on railway transportation planning problem", Applied Mathematical Modelling, 40(7-8), pp.4921-4934.

-Yang, X., Chen, A., Ning, B. and Tang, T., (2016), "A stochastic model for the integrated optimization on metro timetable and speed profile with uncertain train mass", Transportation Research Part B: Methodological, 91, pp.424-445.

-Hassannayebi, E., Zegordi, S.H., Amin-Naseri, M.R. and Yaghini, M., (2017), "Train timetabling at rapid rail transit lines: a robust multi-objective stochastic programming approach", Operational Research, 17(2), pp.435-477.

افزایش می‌یابد و اگر آن را برابر با ۵۰ دقیقه در نظر بگیریم نسبت به زمان‌بندی راه‌آهن ۲۰ دقیقه مجموع زمان سفر کاهش می‌یابد. موضوع دیگر زمان حل کم مدل نسبت به سایر مدل‌های ارائه شده به دلیل استفاده از متغیرهای صفر و یک و محدودیت‌های کمتر بود، به طوری که با توجه به مقدار پارامتر  $D$ ، زمان حل مدل برای مسیر تهران مشهد با ۲۴ قطار، ۵۰ ایستگاه و ۳ نوبت اقامه نماز در صورتی که توالی حرکت قطارها مشخص باشد در حدود ۳ الی ۶۰ ثانیه است.

در انتها نیز می‌توان عنوان نمود که موضوع مورد مطالعه در این مقاله دارای جنبه‌های بسیاری است که همچنان باب مطالعه و تحقیق را برای محققان باز خواهد گذاشت. به عنوان نمونه همان‌طور که اشاره شد مدل حاضر برای مسیرهای دو خطه در نظر گرفته شده بود؛ این امکان وجود دارد تا با بازنگری در متغیرها و محدودیت‌ها، مدل متناسب با مسیرهای تک خطه نیز ارائه شود. همچنین در مدل حاضر ظرفیت خطوط در نظر گرفته نشده بود و امکان وجود دو قطار یا بیش‌تر از آن در یک ایستگاه نادیده گرفته شده بود، بنابراین ظرفیت خطوط ایستگاه‌ها به عنوان یکی از پارامترهای مهم و تأثیرگذار می‌تواند به مدل اضافه شود. نکته دیگر آن است که در این مدل فاصله مجاز بین اقامه نماز تا اذان هر وعده ثابت در نظر گرفته شده بود؛ می‌توان این پارامتر را به عنوان یکی از متغیرهای مسئله در نظر گرفت و با ورود آن به تابع هدف مسئله، کاهش آن نیز جزء اهداف اصلی مسئله به شمار رود.

## ۷- مراجع

-خادم ثامنی، م. (۱۳۸۶) "زمانبندی حرکت قطارها در مسیرهای دوخطه". پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

-یقینی، م. و محمدزاده، ع.، (۱۳۹۰)، "یک مدل زمان‌بندی حرکت قطارها با در نظر گرفتن زمانهای توقف برای نماز". نشریه تخصصی مهندسی صنایع، دوره چهارم و پنجم، شماره یک، ص. ۱۱۶-۱۰۳.

- حسن نایی، ع.، (۱۳۹۰)، "تعیین توالی اعزام و برنامه توقف قطارها در مسیرهای ریلی دوخطه به کمک الگوریتم‌های جستجوی تصادفی تطابقی حریمانه و جستجوی همسایگی متغیر"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران.

# A Train Timetabling Model for Iranian Double-Tracks Railways

*Amir Ghayoumi, M.Sc., Grad., Railway Transportation Engineering, Railway Department, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.*

*Ali Poyani, M.Sc., Grad., Railway Transportation Engineering, Railway Department, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.*

*E-mail: amir.ghayoumi@outlook.com*

Received: March 2020-Accepted: September 2020

## **ABSTRACT**

Train timetabling is one of the most important problems in railways systems. The framework of this problem is the same in different countries but in some countries, there is a special rule which makes special conditions on the modeling of this problem. In Iranian railways, praying causes an obligatory constraint because Muslims people have to pray 5 times a day. In this paper, we present a train timetabling model which allocates the best station where Muslims can pray. The goal of this model is to minimize the total train trips by considering allowed duration between trains stops and the time each Muslim could start his or her praying. The approach of the Iranian railways is to minimize this duration because it is important for Muslim to start their praying just on time. The model has implemented on one of the Iranian double tracks railways and the results show the total train trips increases by decreasing the duration.

**Keywords:** Railway Transportation, Train Timetabling, Praying Times, Double Tracks